

52 GÜNDE MATEMATİK KAMPI

19. GÜN – ÇARPANLARA AYIRMA

Aşağıda çözeceğimiz sorular DGS Başarı Grubumuzda çözüdüğümüz soruların bazalarıdır.

Başarı grubumuzda her konu ile ilgili 80-100 arası soru çözülmektedir.

Başarı Grubuna katılmak için link videonun altında.

Bu konuda öğrenecekleriniz; Konu anlatımı + Pekiştirme soruları + Sınav modeli sorular.
Konuyu daha iyi anlamak için defter ve kaleminizle birlikte hazırlıklı geliniz.



ÇARPANLARA AYIRMA KONU ANLATIMI

Çarpanlara Ayırma Yöntemleri

$$a^3 = a^2 \cdot a^1$$

1- Ortak Çarpan Parantezine Alma

- $2a + 4b = 2(a+2b)$
- $3x - 3y + 9z = 3(x-y+3z)$
- $a(2x-1) + b(1-2x) = a(2x-1) - b(2x-1) = (2x-1)(a-b)$
- $a^3 \cdot b^2 - a^2 \cdot b^3 = a^2 \cdot b^2 (a-b)$
- $2x^3 - x^2 + 4x = x(2x^2 - x + 4)$
- $abc + bc - c^2 = c(ab + b - c)$
- $3 \cdot 2^x - 4^x + 2 \cdot 8^x = 2^x(3 - 2^x + 2 \cdot 4^x)$

$$4^x = 2^x \cdot 2^x$$

$$8^x = 2^x \cdot 4^x$$

Örnek 1: $x+y-z = xy$

x, y ve z sıfırdan farklı gerçel sayılar ve $x+y-z = xy$ olduğuna göre,

$$\frac{xy + xz + yz - z^2}{xyz}$$

İfadesinin eşi nedir?

$$\frac{xy + z(x+y-z)}{xyz} = \frac{xy + z \cdot xy}{xyz}$$

$$\frac{xy/(1+z)}{xyz} = \frac{z+1}{z} = \frac{z}{z} + \frac{1}{z} = 1 + \frac{1}{z}$$



2- Gruplara Ayırma Yöntemi

Daha çok 4 veya daha fazla terim bulunan ifadeler gruplandırılarak çarpanlarına ayrılır.

$$\begin{aligned} ax + by + ay + bx &= ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y) \\ \bullet \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{ab + bc + ac + c^2} &= \frac{x^2(x+1) - (x+1)}{b(a+c) + c(a+c)} = (x+1)(x^2-1) \\ \bullet \frac{x^2 - y^2 - x + y}{x^2 - y^2 - (x-y)} &= \frac{(x+y)(x-y) - (x-y)}{(x+y)(x-y) - (x-y)} = (x-y)(x+y-1) \end{aligned}$$

Örnek 2:



$$\frac{a^2 - bc + ab - ac}{ab + b^2}$$

İfadesinin sade hali nedir?

$$\begin{aligned} \frac{a^2 + ab - bc - ac}{b(a+b)} &= \frac{o(o+b) - c(o+b)}{b(o+b)} \\ &= \frac{a-c}{b} \end{aligned}$$

3- İki Kare Farkı

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Örnek 3: Aşağıdaki ifadeleri iki kare farkı ile çarpanlarına ayırin.

$$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$$

$$4a^2 - 25 = (2a)^2 - 5^2 = (2a+5)(2a-5)$$

$$a^2 - 9b^2 = a^2 - (3b)^2 = (a+3b)(a-3b)$$

$$x^2 - (\sqrt{b})^2 = (x+\sqrt{b})(x-\sqrt{b})$$

$$(x+2)^2 - (y+2)^2 = (x+2+y+2)(x+2-y-2) = (x+y+4)(x-y)$$

$$25^x - 9^x = (5^x)^2 - (3^x)^2 = (5^x - 3^x)(5^x + 3^x)$$

$$a^2 - \frac{1}{a^2} = a^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$x^8 - y^4 = (x^4)^2 - (y^2)^2 = (x^4 + y^2) \frac{(x^4 - y^2)}{(x^2)^2 - y^2} = (x^4 + y^2)(x^2 + y)(x^2 - y)$$

$$a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

Örnek 4:

$$5-3 = (\sqrt{5})^x - (\sqrt{3})^x$$

x bir gerçek sayı olmak üzere,



$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})^x = 2$$

Olduğuna göre,

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^x = A$$

İfadesinin eşiti nedir?

$$2 \cdot A = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^x \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})^x$$

$$2 \cdot A = \left[\underbrace{(\sqrt{5} + \sqrt{3})}_{5-3} \cdot \underbrace{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}_{5-3} \right]^x \rightarrow \cancel{2 \cdot A} = \frac{2^x}{2^x}$$

$$A = 2^{x-1}$$

Örnek 5:

$$\frac{a^4 - a^2b - a^2b^2 + b^3}{a^3 - ab + a^2b - b^2}$$

İfadesinin en sade hali nedir?

$$\frac{\cancel{a^2(a^2-b)} - b^2(a^2-b)}{\cancel{a(a^2-b)} + b(a^2-b)} = \frac{a^2 - b^2}{\cancel{a+b}} = \frac{(a+b)(a-b)}{\cancel{a+b}}$$

$$= \frac{a-b}{1}$$

4- $ax^2 + bx + c = 0$ ifadesini çarpanlara ayırma

Örnek 6: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırin.

$$x^2 + 3x + 2 = \underset{2,1}{(x+2)(x+1)}$$

$$-24 = -12 \cdot 2$$

$$x^2 - 7x + 12 = \underset{-3,-4}{(x-3)(x-4)}$$

$$-24 = -12 \cdot +2$$

$$x^2 - 10x - 24 = \underset{-12,2}{(x-12)(x+2)}$$

$$x^2 + 5x - 36 = \underset{+9,-4}{(x+9)(x-4)}$$

Örnek 7: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırin.

$$\begin{aligned} 2x^2+5x+3 &= (2x+1)(x+1) \\ 3x^2-14x-5 &= (3x+1)(x-5) \\ 6x^2-25x+14 &= (2x-7)(3x-2) \\ 4x^2+11x-3 &= (4x-1)(x+3) \\ -6x^2-5x+6 &= -(6x^2+5x-6) = -(2x+1)(3x-2) \\ 3x^2-4xy+y^2 &= (x-y)(x-y) \end{aligned}$$

5- Tam Kare Açılımı



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Örnek 8: Aşağıdaki ifadelerin açılımlarını yazın.

- $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$
- $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- $(2x-y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$
- $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$

Örnek 9:

x ve y birer gerçek sayılardır.



$$x^2 + y = x + y^2$$

$$x = -\frac{1}{y}$$

$$x^2 - y^2 = x - y$$

$$xy = -1$$

$$(x+y)(x-y) = x - y$$

Olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı nedir?

$$(x+y)^2 = 1^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 3$$

Örnek 10:

$$a+b=4$$

a ve b birer gerçek sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r} a^2 - 6b = -17 \\ + \quad b^2 - 2a = 7 \\ \hline a^2 - 2a + b^2 - 6b = -10 \\ a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = 0 \end{array}$$

Olduğuna göre a+b toplamı kaçtır?

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 6b + 9 = 0$$

10

$$(a-1)^2 + (b-3)^2 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 3$$

6- Küp Açılımı



$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

Örnek 11:

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x \cdot y = -1 \end{cases}$$

ise $8x^3 - y^3$ ifadesinin sonucu nedir?

$$\begin{aligned} (2x-y)^3 &= 1(2x)^3 - 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 - 1y^3 \\ &= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 = 64 \\ 8x^3 - y^3 &= 64 + 12x^2y - 6xy^2 = 64 - 24 = 40 \end{aligned}$$

$6xy(2x-y)$
- 6 - 4

7- İki Küp Farkı ve ToplAMI

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

Örnek 12: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırin.

$$a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1)$$

$$m^3 + 8 = m^3 + 2^3 = (m+2) (m^2 - 2m + 4)$$

$$27a^3 - 64 = (3a)^3 - 4^3 = (3a - 4)(9a^2 + 12a + 16)$$

$$(x-2)(x^2+2x+4) = x^3 - 8$$

Örnek 13:

a ve b pozitif gerçel sayılardır.



$$\begin{array}{l} \text{a.b} = 6 \\ \text{a}^2 + \text{b}^2 = 13 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (\text{a}+\text{b}) = k$$

Olduğuna göre, $a^3 + b^3$ ifadesinin değeri nedir?

$$(a+b)^3 = (a+b)^2 \cdot (a+b) = k^2 \cdot k = k^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + \cancel{3a^2b + 3ab^2} + b^3$$

$$125 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$125 = a^3 + b^3 + 90$$

$$a^3 + b^3 = 15$$

Örnek 14:

$m^3 - 3 = 0$ olduğuna göre,



$$\frac{1}{\frac{m^2 + m + 1}{(m-1)}} = \frac{m-1}{(m-1)(m^2 + m + 1)}$$

İfadesinin m türünden eşiti nedir?

$$\frac{m-1}{m^2-1} = \frac{m-1}{(m+1)(m-1)} = \frac{m-1}{m+1}$$