

BASIT EŞİTSİZLİKLER

- $a > b, a < b, a \geq b$ veya $a \leq b$ şeklindeki ifadelere **eşitsizlik** adını veriyoruz.

- Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenir yada çıkartılırsa eşitsizliğin yönü değiştirilmez.

$$-4 \leq x < 2 \Rightarrow -4+3 \leq x+3 < 2+3 \\ -1 \leq x+3 < 5$$

- Bir eşitsizliği pozitif bir sayı ile çarpar yada bölesek yön değiştiremez, negatif bir sayı ile çarpar ya da bölesek yön değiştirir.

$$-4 < x < 5 \Rightarrow 3/-4 < x < 5 \Rightarrow -12 < 3x < 15$$

$$-2 < x < 4 \Rightarrow -2/-2 < x < 4 \Rightarrow -8 < -2x < 4$$

- $a < b$ iken $c > 0 \Rightarrow a.c < b.c$
 $c < 0 \Rightarrow a.c > b.c$

$$a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ dir.}$$

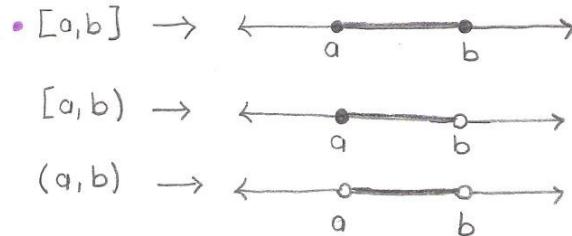
$$a < a^2 \Rightarrow a < 0 \text{ ya da } a > 1 \text{ dir.}$$

$$a^2 < -a \Rightarrow -1 < a < 0 \text{ dir.}$$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$$\begin{array}{r} -4 < x < 5 \\ 3 < y < 10 \\ \hline -1 < x+y < 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} -5 < x \leq 3 \\ -7 \leq y \leq 2 \\ \hline -12 < x+y \leq 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} < & \leq & \leq \\ < & + & < \\ \hline < & & \leq \end{array}$$



- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çıkarılamaz. Öncelikle eşitsizliklerden biri (-) ile çarpılırak toplamaya dönüştürülür.

$$-4 < x < 5$$

$$-2 < y < 4 \Rightarrow x-y \text{ nin bulunması}$$

İçin y ile eşitsizlik (-) ile çarpılarak toplamaya dönüştürülür.

$$-4 < x < 5$$

$$\begin{array}{r} -1/-2 < y < 4 \\ \hline -4 < x < 5 \\ -4 < -y < 2 \\ \hline -8 < x-y < 7 \end{array}$$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çarpılamaz. Çarpma yapılırken uç sınırlar birbirini ile çarpılarak en büyük ve en küçük değeri bulunur.

$$-4 < x < 7$$

$-15 < y < -8 \Rightarrow x.y \text{ nin bulunması için}$ sınırlar birbirini ile çarpılır,

$$\begin{array}{r} +60, +32, -105, -56 \\ \hline \text{en büyük} \quad \text{en küçük} \end{array}$$

$$-105 < x.y < 60$$

- Eşitsizliklerin kuvveti alınırken üç durum söz konusudur.

⇒ Her iki taraf (+) iken ister tek, ister çift kuvveti olınsın, hiç bir degerşizlik olmaz.

$$2 < x < 3 \Rightarrow 4 < x^2 < 9$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow 8 \leq x^3 < 27$$

⇒ Her iki taraf (-) ise tek kuvvet alınırken hiç bir deşiklik olmaz, çift kuvveti alınırsa ydön deşitirilir.

$$-3 < x < -1 \Rightarrow -27 < x^3 < -1$$

$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow -64 \leq x^3 < -8$$

$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow 4 < x^2 \leq 16$$

⇒ Bir taraf pozitif, bir taraf negatif ise tek kuvvetlerde deşiklik olmaz, çift kuvvetlerde alt sınır dağıma sıfıra eşit ve büyük, üst sınır ise sınırlardan çift kuvveti daha büyük olundur.

$$-4 < x < 3 \Rightarrow -64 < x^3 < 27$$

$$-4 < x < 3 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 9$$

$$-4 \leq x < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 25$$

$$-2 < x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 36$$

1) $3 < x < 10$ iken $4x-3$ ifadesinin en büyük tam sayı değerini nedir?

$$4 / 3 < x < 10 \Rightarrow 12 < 4x < 40$$

$$9 < \underbrace{4x-3} < 37 \\ \hookrightarrow \text{en fazla } 36$$

2) x bir tam sayı ve $3 < x < 10$ iken $4x-3$ ifadesinin en büyük tam sayı değerini nedir?

∴ Sorunun başında x 'in bir tam sayı olduğu belirtildiği için değer veilerek yapılır.

$$4x-3 = 36-3 = 33 \quad (\text{en fazla})$$

↓
9

3) $3x+2 \leq 2x+5 < 3x+6$ eşitsizliklerinin sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

$$3x+2 \leq 2x+5 \text{ ya da } 2x+5 < 3x+6$$

$$x \leq 3$$

$$-1 < x$$

$$-1 < x \leq 3$$

$$\hookrightarrow \{0, 1, 2, 3\}$$

4 tane dir.

4) $-5 < \frac{2a-4}{4} < 3$ eşitsizliğinin sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

$$-20 < 2a-4 < 12$$

$$-16 < 2a < 16$$

$$-8 < a < 8$$

$$\hookrightarrow \{-7, -6, \dots, 6, 7\}$$

15 tane dir.

5) $-3 < a \leq 5$ ve $3a-2b=1$ olduğuna göre b hangi aralıkta değer alır?

$$3a-2b=1 \Rightarrow a = \frac{1+2b}{3}$$

$$-3 < \frac{1+2b}{3} \leq 5$$

$$-9 < 1+2b \leq 15$$

$$-10 < 2b \leq 14 \Rightarrow -5 < b \leq 7 \Rightarrow (-5, 7]$$

6) $x+2y-12=0$ ve $1 < y < 4$ ise x hangi aralıkta değer alır?

$$x+2y-12=0 \Rightarrow y = \frac{12-x}{2}$$

$$1 < \frac{12-x}{2} < 4$$

$$2 < 12-x < 8$$

$$-10 < -x < -4 \Rightarrow \text{Her ikisi taraf } (-1) \text{ e bölünür.}$$

$$4 < x < 10 \quad (4, 10)$$

7) $-2 < x < 5$

$4 < y < 9$ ise $3x - 5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$$3/-2 < x < 5 \Rightarrow -6 < 3x < 15$$

$$-5/4 < y < 9 \Rightarrow -45 < -5y < -20$$

$$\underline{+}$$

$$-51 < 3x - 5y < -5$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-6}$$

8) x ve y birer tam sayıdır.

$$-2 < x < 5$$

$4 < y < 9 \Rightarrow 3x - 5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$$3x - 5y = 12 - 25 = -13 \text{ (en büyük)}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$4 \quad 5$$

9) x ve y birer reel sayıdır.

$$-2 < x < 5$$

$4 < y < 9$ ise $3x - 5y$ nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

10) Hiçbir şey belirtmemesi ile reel sayı demesi aynı seydir.

Cevap: -6

10) a ve b gerçek sayılardır.

$$-4 < a \leq 7$$

$-3 \leq b < 13$ ise $2a - b$ nin en büyük

tam sayı değeri nedir?

$$-8 < 2a \leq 14$$

$$-13 < -b \leq 3$$

$$\underline{+}$$

$$-21 < 2a - b \leq 17$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{17}$$

11) x ve y birer reel sayıdır.

$$-4 < x < 3$$

$-1 < y < 5$ ise $x - 3y$ nin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$$-4 < x < 3$$

$$-15 < -3y < 3$$

$$\underline{+}$$

$$-19 < x - 3y < 6$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-18}$$

12) $-3 < x \leq 4$

$2 \leq y < 5$ ise $x^2 + y^2$ nin en

büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$4 \leq y^2 < 25$$

$$\underline{+}$$

$$4 \leq x^2 + y^2 < 41$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\boxed{4} \quad \boxed{40}$$

$$4 + 40 = 44$$

13) x ve y birer reel sayıdır.

$$-3 < x < 7$$

$-1 < y < 3$ ise $x^2 + y^3$ ün alacağı

en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$$0 \leq x^2 \leq 49$$

$$-1 < y^3 < 27$$

$$\underline{+}$$

$$-1 < x^2 + y^3 < 76$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$0 + 75 = 75$$

14) $a^2 < a$ ve $7a+2b=3$ ise b hangi aralıkta değer alır?

$$a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$a = \frac{3-2b}{7}$$

$$0 < \frac{3-2b}{7} < 1 \Rightarrow 0 < 3-2b < 7$$

$$-3 < -2b < 4$$

$$-2 < b < \frac{3}{2}$$

$$\left(-2, \frac{3}{2}\right)$$

15) $a^2 < -a$ ve $3a-2b=5$ ise b hangi aralıkta değer alır?

$$a^2 < -a \Rightarrow -1 < a < 0$$

$$a = \frac{5+2b}{3}$$

$$-1 < \frac{5+2b}{3} < 0 \Rightarrow -3 < 5+2b < 0$$

$$-8 < 2b < -5$$

$$-4 < b < -\frac{5}{2}$$

$$\left(-4, -\frac{5}{2}\right)$$

16) $\left(\frac{3}{2}\right)^{5x-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-8}$ olduğuna göre x in alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{5x-6} > \left(\frac{3}{2}\right)^{-2x+8}$$

$$5x-6 > -2x+8$$

$$7x > 14$$

$$x > 2$$

↓
③

17) $a^3 \cdot b^2 < 0$
 $b^3 \cdot c^4 < 0$
 $a^3 \cdot c^5 < 0$ olduğuna göre a, b, c nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?
 $(-, -, +)$

18) $a \cdot b^5 \cdot c^4 < 0$
 $a, c > 0$
 $a \cdot b^6 < 0$ olduğuna göre a, b, c nin işaretleri sırasıyla nedir?
 $(-, +, -)$

19) $a \cdot b^3 \cdot c^4 > 0$
 $a^5 \cdot b^4 \cdot c^2 < 0$
 $a \cdot b \cdot c > 0$ ise a, b, c nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?
 $(-, -, +)$

20) x bir real sayı olmak üzere
 $-2 < x < 7$ ise $x^2 - 8x + 11$ ifadesinin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?
 $x^2 - 8x + 11 + 5 - 5 = (x-4)^2 - 5$.

önce $(x-4)$ oluşturulmalı, sonra karesi alınmalı ve 5 çıkarılmalı

$$-2 < x < 7 \Rightarrow -6 < x-4 < 3$$

$$0 \leq (x-4)^2 < 36$$

$$-5 \leq (x-4)^2 - 5 < 31$$

↓
⑩ en büyük tam sayı