

POLİNOM

x bir değişken, n bir doğal sayı ve $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ birel reel sayı olmak üzere

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

İfadesine x değişkenine bağlı reel katsayılı polinom denir.

Katsayılar reel sayı ve dereceler doğal sayı ise verilen ifade bir polinom belirtir.

1) Aşağıdakilerden hangileri bir polinom belirtir?

• $A(x) = 3x^3 - 4x - 5$ ✓

• $B(x) = \frac{5}{x}$

• $C(x) = \frac{3x+1}{x}$

• $D(x) = \sqrt[3]{x^2} - 3x + 5$ ✓

• $E(x) = 7$ ✓

• $F(x) = \sqrt{-4x^2 - 3x + 7}$

• $G(x) = \sqrt[3]{x^2} - 3x^3 + 2x - 1$

• $H(x) = 3\sqrt{x} - 4x + 1$

Polinomla ilgili temel kavramlar:

$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ polinomunda

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ in her birine polinomun terimlerinin katsayıları

$a_n \cdot x^n, a_{n-1} \cdot x^{n-1}, \dots, a_2 \cdot x^2, a_1 \cdot x, a_0$ ifadeleme polinomun terimleri

Derecesi en büyük olan terimin derecesine polinomun derecesi denir ve $\text{der}[P(x)]$ ya da $d(P(x))$ ile ifade edilir.

Derecesi en büyük olan terimin katsayısına polinomun baş katsayıısı denir.

Değişkene bağlı olmayan terim olan a_0 sayısına polinomun sabit terimi denir.

• $P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 7x - 2$ ifadesinde

katsayıları: $5, 0, -3, 7, -2$

terimleri: $5x^4, 0x^3, -3x^2, 7x, -2$

derecesi: $\text{der}[P(x)] = 4$

baş katsayıısı: 5

sabit terimi: -2

2) $P(x)$ bir polinom olduğunu göre

$P(x) = 6x^{\frac{n}{3}} + 2x^{\frac{18}{n}} - 4x + 7$ polinomunun derecesi en fazla kaçtır?

$\frac{n}{3} \in \mathbb{N}$ ve $\frac{18}{n} \in \mathbb{N}$

$\hookrightarrow 1, 2, 3, 6, 9, 18$

$n=3$ için $P(x) = 6x + 2x^6 - 4x + 7$

$n=6$ için $P(x) = 6x^2 + 2x^3 - 4x + 7$

$n=9$ için $P(x) = 6x^3 + 2x^2 - 4x + 7$

$n=18$ için $P(x) = 6x^6 + 2x - 4x + 7$

} en fazla 6 olabilir.

3) $P(x) = x^{-3+n} + 4x^{\frac{35}{n+1}} - 2x + 1$ ifadesi

bir polinom belirttiğine göre n nin alabileceğini değerler nelerdir?

$-3+n \in \mathbb{N}$ ve $\frac{35}{n+1} \in \mathbb{N}$

\downarrow

0

4

6

34

} {4, 6, 34}

4) $P(x) = x^{m+5} + x^{8-m} - 3x^m + 5$ ifadesi bir polinom ise m kaç tane değer olır?

$m+5 \in \mathbb{N} \Rightarrow m \geq -5$

$8-m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \leq 8$

$-5 \leq m \leq 8$

$\hookrightarrow \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 8\}$

$m \in \mathbb{N}$ olduğundan 9 tane değeri vardır.

der [P(x)] = m

der [g(x)] = n olsun. ($m > n$)

$$\text{der}[P(x) \cdot g(x)] = \text{der}[x^m \cdot x^n] = \text{der}[x^{m+n}] = m+n$$

$$\text{der}[P^2(x) \cdot g(x)] = \text{der}[x^{2m} \cdot x^n] = 2m+n$$

$$\text{der}\left[\frac{P(x)}{g(x)}\right] = \text{der}\left[\frac{x^m}{x^n}\right] = \text{der}[x^{m-n}] = m-n$$

$$\text{der}\left[\frac{P^2(x^3)}{g(x^4)}\right] = \text{der}\left[\frac{x^{6m}}{x^{4n}}\right] = 6m-4n$$

der [P(x) ± g(x)] = m (toplamo ve çıkarmada derecesi büyük olan alınırlar.)

5) P(x) ve g(x) birer polinom olmak üzere

$$d\left[\frac{P^3(x)}{g(x)}\right] = 13 \quad \text{ve} \quad d[P(x^2) \cdot g^3(x)] = 16$$

olduğuna göre der [P(x) - g(x)] nedir?

$$\text{der}(P(x)) = m$$

$$\text{der}(g(x)) = n$$

$$\begin{array}{rcl} 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{rcl} 3m-n=13 \\ 2m+3n=16 \end{array}$$

$$9m-3n=39$$

$$2m+3n=16$$

$$\begin{array}{rcl} + \\ 11m=55 \Rightarrow m=5 \\ n=2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{der}[P(x) - g(x)] &= \text{der}[x^5 - x^2] \\ &\Rightarrow 5 \end{aligned}$$

6) P(x) ve g(x) birer polinom olmak üzere

$$\text{der}\left[\frac{P(x)}{g(x)}\right] = 2 \quad \text{ve} \quad \text{der}[P(x) \cdot g(x)] = 12$$

olduğunu göre der [P^2(x) \cdot g^3(x^2)] nedir?

$$\text{der}(P(x)) = m$$

$$\text{der}(g(x)) = n \text{ olsun.}$$

$$m-n=2$$

$$m+n=12$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$2m=14$$

$$\begin{array}{l} m=7 \\ n=5 \end{array} \quad \text{der}[P^2(x) \cdot g^3(x^2)] = 2m+6n = 14+30 = 44$$

Sabit polinom:

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

polinomunda $a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1 = 0$

ise $P(x)$ polinomu sabit polinomdur.

$$P(x) = 12$$

$$P(x) = 3$$

7) Sabit polinomun derecesi sıfırdır.

7) $P(x) = (2m+1) \cdot x^{m-4}$ polinomu sabit polinom olduğunu göre $P(5)$ nedir?

$$m-4=0 \Rightarrow m=4$$

$$P(x) = 9 \cdot x^0 \Rightarrow P(x) = 9$$

$$P(5) = 9$$

Sıfır polinomu:

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

polinomunda $a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$ oluyorsa $P(x)$ polinomu sıfır polinom adını alır.

8) Sıfır polinomun derecesi belliştiğidir.

8) $P(x) = (2m-8) \cdot x^{m-7}$ polinomu sıfır polinom olduğunu göre m nedir?

$$2m-8=0 \Rightarrow m=4$$

9) $P(x,y)$ biremdeki polinomlar iki değişkenli, $P(x,y,z)$ biremdeki polinomlar üç değişkenli polinomlardır. Bu biremdeki polinomların derecesi değişkenlerin üslereinin toplamından en büyük olanıdır.

$$9) P(x,y) = 4x^5y - 3x^4y^3 + x^3y^5 - 3xy + 4$$

polinomunun derecesi nedir?

değişkenlerin üsleri toplanırsa

$$P(x,y) = \underbrace{4x^5y}_5 + \underbrace{-3x^4y^3}_4 + \underbrace{x^3y^5}_3 - \underbrace{3xy}_1 + 4$$

$$5+1=6 \quad 4+3=7 \quad 3+5=8 \quad 1+1=2$$

En büyük olanı 8 dir.

9) $P(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ polinomu sabit polinom
ise $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ dir.

$$\text{ise } \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ dir.}$$

10) $P(x) = \frac{ax^2-3x+4}{2x^2+bx-1}$ polinomu sabit polinom

olduğunu göre $a+b$ nedir?

$$\frac{a}{2} = \frac{-3}{b} = \frac{4}{-1}$$

$$\Rightarrow b = \frac{3}{4} \text{ ve } a = -8$$

$$-8 + \frac{3}{4} = -\frac{29}{4}$$

Polinomlarda eşitlik: Dereceleri aynı ve aynı dereceden terimlerin katsayıları eşit olan polinomlara **eşit polinom** denir.

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

$$Q(x) = b_n \cdot x^n + b_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0$$

polinomları için

$$\begin{aligned} P(x) = Q(x) \text{ ise } & a_n = b_n \\ & a_{n-1} = b_{n-1} \\ & \vdots \\ & a_2 = b_2 \\ & a_1 = b_1 \\ & a_0 = b_0 \end{aligned}$$

• Olmayan derecelerin katsayıları sıfır eştir.

11) $P(x) = 4x^3 + (b+2)x^2 - 2x + 5$

$$Q(x) = (a-1)x^3 + 4x^2 + (c-4)x + d + 3$$

polinomları için $P(x) = Q(x)$ ise $a+b+c+d$ toplamı nedir?

$$\begin{array}{l} a-1=4 \Rightarrow a=5 \\ b+2=4 \Rightarrow b=2 \\ c-4=-2 \Rightarrow c=2 \\ d+3=5 \Rightarrow d=2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} a+b+c+d=11$$

12) $P(x) = (a+3)x^3 - 5x^2 + b + 2$

$$Q(x) = 4x^3 + (c-1)x^2 + (d-5)x + 7$$

polinomları için $P(x) = Q(x)$ ise $a+b+c+d$ toplamı nedir?

$$a+3=4 \Rightarrow a=1$$

$$c-1=-5 \Rightarrow c=-4$$

$$d-5=0 \Rightarrow d=5$$

$$b+2=7 \Rightarrow b=5$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} a+b+c+d=7$$

13) Her x gerçel sayısı için

$$2x-4 = ax \cdot (x-1) + bx \cdot (x+1) + c(x^2-1)$$

olduğuna göre $a \cdot b \cdot c$ nedir?

$$2x-4 = ax^2 - ax + bx^2 + bx + cx^2 - c$$

$$2x-4 = (\underbrace{a+b+c}_0)x^2 + (\underbrace{-a+b}_2).x - \underbrace{c}_4$$

$$\begin{array}{r} a+b+c=0 \\ \downarrow \\ 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} a+b=-4 \\ -a+b=2 \\ + \end{array}$$

$$2b=-2$$

$$b=-1$$

$$a=-3$$

$$a \cdot b \cdot c = -3 \cdot -1 \cdot 4 = 12$$

14) $\frac{10x-5}{x^2-4x-5} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+1}$ olduğuna göre $A-B$ nedir?

$$10x-5 = A \cdot (x+1) + B \cdot (x-5)$$

$$10x-5 = Ax+A+Bx-5B$$

$$10x-5 = (A+B)x + A-5B$$

$$- / A+B=10$$

$$A-5B=-5$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$-6B=-15 \Rightarrow B=\frac{5}{2} \text{ ve } A=10-B = 10-\frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$A-B = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

• Polinomlarda katsayılar toplamı:

$P(x)$ polinomunda katsayılar toplamı bulunurken $x=1$ yazılır.

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(1)$

$P(x+3)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(4)$

$P(3x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı: $P(2)$

15) $P(x) = 4x^3 - 3x + 4$ polinomu veriliyor. Buna göre $P(x+1)$ polinomunun katsayılar toplamı nedir?

$P(x+1)$ pol. katsayılar toplamı: $P(2)$

$$P(x) = 4x^3 - 3x + 4$$

↓
2

$$P(2) = 32 - 6 + 4 = 30$$

16) $P(x+1) = 3x^2 - 2x + 4$ polinomu veriliyor.

$P(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı 15 olduğuna göre a nedir?

$P(x-1)$ pol. katsayılar toplamı: $P(0) = 15$

$$P(x+1) = 3x^2 - ax + 4$$

↓
-1

$$P(0) = 3 + a + 4 = 15 \Rightarrow a = 8$$

17) $P(x+3) = 3x^2 - x + m - 1$ polinomu veriliyor.

$P(x+2)$ polinomunun katsayılar toplamı 5 olduğuna göre $P(2x+3)$ polinomunun katsayılar toplamı nedir?

$P(x+2)$ pol. katsayılar toplamı: $P(3) = 5$

$$P(x+3) = 3x^2 - x + m - 1$$

↓
0

$$\Rightarrow P(3) = m - 1 = 5 \Rightarrow m = 6$$

$$P(x+3) = 3x^2 - x + 5 \quad (P(2x+3) \text{ pol. kat. top : } P(5))$$

$$P(5) = 12 - 2 + 5 = 15$$

😊 Çift dereceli terimlerin katsayılar toplamı = $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$

Tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı = $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$

$$18) (1-x+x^2)^{10} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_{20} \cdot x^{20}$$

olduğuna göre çift indirimli katsayıların toplamı olan $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$ nedir?

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(1) = (1-1+1^2)^{10} = 1 \\ P(-1) = (1+1+1)^{10} = 3^{10} \end{array} \right\} = \frac{1+3^{10}}{2}$$

• Polinomlarda sabit terimin bulunması:

$P(x)$ polinomunun sabit terimi bulunurken $x=0$ yazılır.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi: $P(a)$

$P(x+4)$ polinomunun sabit terimi: $P(4)$

$P(2x-3)$ polinomunun sabit terimi: $P(-3)$

19) $P(2x-1) = 3x^2 - 2x + 1$ polinomu veriliyor. Buna

göre $P(x+7)$ polinomunun sabit terimi nedir?

$P(x+7)$ polinomunun sabit terimi: $P(7)$

$$P(2x-1) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$2x-1=7$$

$$2x=8 \Rightarrow x=4 \text{ yazılımalıdır.}$$

$$P(7) = 48 - 8 + 1$$

$$\Rightarrow P(7) = 41$$

25) $P(x-1) + P(x+1) = 4x^2 - 2x + 10$ olduğuna göre $P(x)$ polinomu nedir?

笑笑 Aynı dereceden ikinci polinomun toplamı 2. dereceden ise polinom ikinci dereceden bir polinomdur.

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} P(x-1) &= a \cdot (x-1)^2 + b \cdot (x-1) + c \\ &= a \cdot (x^2 - 2x + 1) + b \cdot (x-1) + c \\ &= ax^2 - 2ax + a + bx - b + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x+1) &= a \cdot (x+1)^2 + b \cdot (x+1) + c \\ &= a \cdot (x^2 + 2x + 1) + b \cdot (x+1) + c \\ &= ax^2 + 2ax + a + bx + b + c \end{aligned}$$

$$2ax^2 + 2bx + 2a + 2c = 4x^2 - 2x + 10$$

$$a = 2$$

$$b = -1$$

$$2a + 2c = 10 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$P(x) = 2x^2 - x + 3$$

• Polinomlarda çarpmaya: Dışılıkçı kullanılır.

$$26) (x^4 - 3x^2 - 5x^3 - 4x + 1) \cdot (x^3 - 4x^4 - 3x^6 + 5)$$

İşlemi yapıldığında x^7 li terimin kat sayısı nedir?

• Hepsini tek tek çarpmaya gerek yok. x^7 li terim hangi terimlerin çarpımından geliyorsa onları çarpmalıyız.

$$(x^4 - 3x^2 - 5x^3 - 4x + 1) \cdot (x^3 - 4x^4 - 3x^6 + 5)$$

$$x^7 + 20x^7 + 12x^7$$

$$= 33x^7$$

$$\text{cevap: } 33$$

• Polinomlarda bölme:

$P(x)$ polinomunun $g(x)$ polinomuna bölümünde elde edilen bölüm $B(x)$, kalan $K(x)$ oluyorsa

$$\frac{P(x)}{g(x)} = \frac{B(x)}{K(x)}$$

$$P(x) = g(x) \cdot B(x) + K(x) \text{ dir.}$$

• Kalan sıfırca $P(x)$, $g(x)$ polinomuna tam olarak bölündüğünü demektir yada $g(x)$, $P(x)$ in bir çarpanıdır.

$$27) \frac{a^8 + 4a^2 - 8}{a^2 + 2} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

$$\begin{aligned} &\frac{a^8 + 4a^2 - 8}{a^2 + 2} \quad | \frac{a^2 + 2}{a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4} \\ &\frac{-a^8 + 2a^6}{-2a^6 + 4a^2 - 8} \\ &\frac{-2a^6 - 4a^4}{4a^4 + 4a^2 - 8} \\ &\frac{-4a^4 + 8a^2}{-4a^2 - 8} \\ &\frac{-4a^2 - 8}{0} \end{aligned}$$

$$28) x^3 + x + 1 \text{ polinomunun } x-1 \text{ ile bölümünde elde edilen bölüm ve kalanı bulunuz?}$$

$$\begin{aligned} &\frac{x^3 + x + 1}{x-1} \quad | \frac{x-1}{x^2 + x + 2} \\ &\frac{-x^3 + x^2}{x^2 + x + 2} \\ &\frac{-x^2 - x}{2x + 1} \\ &\frac{-2x - 2}{3} \\ &\quad | \text{kalan} \end{aligned}$$

- 29) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$ polinomu $\varphi(x)$ polinomu ile bölündüğünde bölüm $(x+5)$ olduğuna göre kalan nedir?

$$\begin{array}{r} x^3 + 5x^2 + 5x + 27 \\ \underline{-} \quad \quad \quad x+5 \\ \hline k \end{array}$$

$$x^3 + 5x^2 + 5x + 27 = \varphi(x) \cdot (x+5) + k$$

$$x = -5 \text{ için}$$

$$\begin{aligned} -125 + 125 - 25 + 27 &= k \\ \Rightarrow k &= 2 \end{aligned}$$

- 30) Bir $P(x)$ polinomu için

$x^3 + ax - 8 = (x-2) \cdot P(x)$ olduğuna göre $P(2)$ ının değeri nedir?

$$x=2 \text{ için } 8 + 2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$x^3 - 8 = (x-2) \cdot P(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{x^3 - 8}{x-2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 8 \quad | \quad x-2 \\ -/x^3 - 2x^2 \quad \quad \quad x^2 + 2x + 4 \\ \hline 2x^2 - 8 \\ -/2x^2 - 4x \\ \hline 4x - 8 \\ -/4x - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$P(x) = x^2 + 2x + 4$$

$$P(2) = 4 + 4 + 4$$

$$P(2) = 12$$

- $P(x)$ polinomunun $(ax+b)$ ile bölümünden elde edilen kalanın bulunması:

$P(x)$ pol. $(ax+b)$ ile bölümünden kalan bulunurken $ax+b=0$

$x = -\frac{b}{a}$ değeri $P(x)$ polinomunda yerine yazılır.

- $P(x)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalanı:

$$\begin{array}{c} P(x) \text{ polinomunda } x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ \curvearrowleft \\ P(1) \end{array}$$

- $P(x+2)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalanı:

$$\begin{array}{c} P(x+2) \text{ polinomunda } x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ \curvearrowleft \\ P(5) \end{array}$$

- $P(x-3)$ polinomunun $(x-7)$ ile bölümünden kalanı:

$$\begin{array}{c} P(x-3) \text{ polinomunda } x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ \curvearrowleft \\ P(4) \end{array}$$

- 31) $P(x+2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$ olarak verildiğinde $P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan nedir?

$P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dır.

$$\begin{array}{c} P(x+2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15 \\ \downarrow \\ 0 \end{array}$$

$$P(2) = 15$$

39) $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere

$$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$$

$$P(0) = 2$$

olduğuna göre $P(1)$ nedir?

$$P(x) = a \cdot (x+4) \cdot (x+3) \cdot (x-5)$$

$$x=0 \text{ için } a \cdot 4 \cdot 3 \cdot -5 = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{30}$$

$$P(x) = -\frac{1}{30} \cdot (x+4) \cdot (x+3) \cdot (x-5)$$

$$\Rightarrow P(1) = -\frac{1}{30} \cdot 5 \cdot 4 \cdot (-4) \Rightarrow P(1) = \frac{80}{30} = \frac{8}{3}$$

40) Katsayılar toplamı -2 olan bir $P(x)$ polinomunun $(x+3)$ ile bölümünden kalan -10 dur. Buna göre $P(x)$ polinomunun x^2+2x-3 ile bölümünden kalan nedir?

$$P(1) = -2$$

$$P(-3) = -10$$

$$P(x) = (x+3) \cdot (x-1) \cdot B(x) + mx+n$$

$$x=1 \text{ için } \Rightarrow -1 / m+n = -2$$

$$x=-3 \text{ için } \Rightarrow \begin{array}{r} -3m+n = -10 \\ + \\ \hline -4m = -8 \end{array}$$

$$\Rightarrow m=2 \text{ ve } n=-4$$

$$\text{kalan: } mx+n = 2x-4$$

41) $P(x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan 5 , $P(x+1)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan -4 olduğunu göre $P(x)$ (x^2-x-2) ile bölümünden kalan nedir?

$$P(-1) = 5$$

$$P(2) = -4$$

$$P(x) = (x+1) \cdot (x-2) \cdot B(x) + mx+n$$

$$x=-1 \text{ için } \begin{array}{r} -1 \\ -m+n = 5 \\ \hline \end{array}$$

$$x=2 \text{ için } \begin{array}{r} 2m+n = -4 \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$m-n = -5$$

$$2m+n = -4$$

$$+ \\ \hline$$

$$3m = -9 \Rightarrow m = -3$$

$$n = 2$$

$$\text{kalan: } mx+n$$

$$= -3x+2$$

42) Bir polinomun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $3x+8$ olduğunu göre, bu polinomun $(x-2)$ ile bölümünden kalan nedir?

$$P(x) = (x-2)^2 \cdot B(x) + \underbrace{3x+8}_{\text{kalan}} \quad |x-2$$

$$\begin{array}{r} 3x+8 \\ -/ 3x-6 \\ \hline 14 \\ \text{kalan} \end{array}$$

43) $P(x)$ polinomunun $(x+1)^3$ ile bölümünden kalan x^2-6x+3 olduğunu göre $P(x)$ $(x+1)^2$ ile bölümünden elde edilen kalan nedir?

$$P(x) = (x+1)^3 \cdot B(x) + x^2-6x+3$$

$$\begin{array}{r} x^2-6x+3 \\ -/ x^2+2x+1 \\ \hline -8x+2 \end{array}$$

$$\text{kalan: } -8x+2$$

• $P(x)$ polinomunun (x^n-a) ile bölümünden kalanın bulunması:

$$x^n-a = 0 \Rightarrow x^n = a \text{ yazılırlar.}$$

44) $P(x) = 3 \cdot x^{36} - 5 \cdot x^{18} - 4$ polinomunun $(x^9 + \sqrt{3})$ e bölümündeki kalan nedir?

$$x^9 + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^9 = -\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= 3 \cdot (x^9)^4 - 5 \cdot (x^9)^2 - 4 = 3 \cdot (-\sqrt{3})^4 - 5 \cdot (-\sqrt{3})^2 - 4 \\ &= 27 - 15 - 4 = 8 \end{aligned}$$

45) $P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax$ polinomunun (x^2+1) ile kalansız bölünebilmesi için a kaçmalıdır?

$$x^2 = -1 \text{ yazılırlar.}$$

$$P(x) = (x^2)^2 + \frac{1}{2}x^2 \cdot x + x^2 + ax$$

$$x^4 - \frac{x}{2} - x + ax = 0$$

$$ax = \frac{x}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

46) $x^4 + px^2 + q$ polinomunun $x^2 + x + 1$ ile tam bölünebilmesi için p ve q hangi değerlerini almmalıdır?

$$x^2 = -x - 1 \text{ yazılır.}$$

$$(x^2)^2 + p \cdot (x^2) + q = 0$$

$$(-x-1)^2 + p \cdot (-x-1) + q = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 - px - p + q &= 0 \\ \Downarrow \\ -x-1 \end{aligned}$$

$$-x - 1 + 2x + 1 - px - p + q = 0$$

$$x - px - p + q = 0$$

$$\underbrace{x(1-p)}_{0} + \underbrace{(-p+q)}_{0} = 0 \Rightarrow p = 1 \quad q = 1$$

☺☺ $P(x)$ polinomunun $(x-a)^n$ ile tam bölünebilmesi için

$$P(a) = 0$$

$$P'(a) = 0$$

$$P''(a) = 0$$

⋮

$$P^{(n-1)}(a) = 0 \text{ dir.}$$

47) $P(x) = x^4 + ax^2 - bx + 3$ polinomunun $(x+1)^2$ ile tam bölünebilmemesi için a ve b kaçalmalıdır?

$$P(-1) = 0$$

$$P'(-1) = 0$$

$$x = -1 \text{ için } 1 + a + b + 3 = 0 \Rightarrow a + b = -4$$

$$P'(x) = 4x^3 + 2ax - b$$

$$x = -1 \text{ için } -4 - 2a - b = 0 \Rightarrow 2a + b = -4$$

$$-1 / a + b = -4$$

$$2a + b = -4$$

$$a = 0$$

$$b = -4$$

48) $P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$ ının 9 krp katılı bir kökü $x = 2$ olduguına göre a ile b arasındaki boyointı nedir?

$$P(2) = 0$$

$$P'(2) = 0$$

$$P'(x) = 4ax^3 + 12x^2 - 6x + b$$

$$P'(2) = 0 \text{ ise}$$

$$32a + 48 - 12 + b = 0$$

$$32a + b + 36 = 0$$